

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI”***Ediția a XXVIII-a***ETAPA JUDEȚEANĂ – 7 martie 2026****X. osztály - H2 - Természettudomány****1. Feladat (20 pont)**

Adottak az $a, b, c \in (0, 1) \cup (1, +\infty)$ és az $x, y, z \in \mathbb{R}$ számok úgy, hogy:

$$a^x = b \cdot c, \quad b^y = a \cdot c \quad \text{és} \quad c^z = a \cdot b.$$

a) Ha $a = 2, b = 4$ és $c = 8$ határozd meg az x, y és z számok értékét!

b) Igazold, hogy az $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1} + \frac{1}{z+1}$ összeg egy természetes szám, bármely, a feltevésben megadott tulajdonsággal rendelkező a, b, c, x, y és z számok esetén!

2. Feladat (20 pont)

Oldd meg a valós számok halmazán az alábbi egyenleteket!

a) $\sqrt[3]{x+2} + \sqrt[3]{2x+2} + \sqrt[3]{3x+2} = 0;$

b) $\sqrt[3]{x+5} + \sqrt[3]{x+6} = \sqrt[3]{2x+11}.$

Gazeta Matematică 12/2025 (Supliment)

3. Feladat (20 pont)

a) Legyen z_1 és z_2 két komplex szám úgy, hogy $|z_1| = |z_2| = 1 \neq z_1 \cdot z_2$.

Igazold, hogy $w = \frac{z_1 - z_2}{1 - z_1 \cdot z_2}$ egy valós szám!

b) Bizonyítsd be, hogy bármely a valós szám felírható $a = \frac{z_1 - z_2}{1 - z_1 \cdot z_2}$ alakban, ahol z_1 és z_2 két olyan komplex szám, amelyre $|z_1| = |z_2| = 1 \neq z_1 \cdot z_2$.

4. Feladat (30 pont)

a) Legyen α egy adott pozitív valós szám és x, y, z három olyan pozitív valós szám, amelyre $x + y + z = \alpha$. Mennyivel egyenlő az $x \cdot y \cdot z$ szorzat lehető legnagyobb értéke és mikor veszi fel ezt a maximum értéket?

b) Az összes olyan háromszög közül, amelynek kerülete 48 cm, határozd meg azt, amelynek a legnagyobb a területe és számítsd ki ezt a maximális területet!

Megjegyzés:

Munkaidő 3 óra; minden tétel kötelező; hivatalból 10 pontot jár

A maximális pontszám 100 pont.